# ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

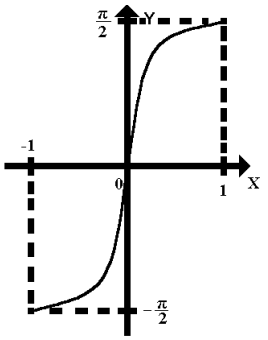
***Определение:*** *Арксинусом числа* $a$, $a \in [-1;1]$ *называют такой угол* $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, *синус которого равен числу* $a$: $arcsin a = \alpha$, так как $sin\alpha = a$

Пример: $\arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$, т.к. $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

Функция $y = \arcsin x$ является *нечетной*: $\boxed{\arcsin(-x) = -\arcsin x}$

Пример: $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$, т.к. $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

График функции $y = \arcsin x$



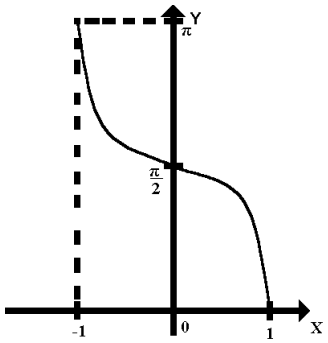

***Определение:*** *Арккосинусом числа* $a$, $a \in [-1;1]$ *называют такой угол* $\alpha \in [0;\pi]$, *косинус которого равен числу* $a$: $arccos a = \alpha$, так как $cos\alpha = a$

Пример: $\arccos\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$, т.к. $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

Функция $y = \arccos x$ является функцией *общего вида* поэтому $\boxed{\arccos(-x) = \pi - \arccos x}$

Пример: $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi - \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$, т.к. $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

График функции $y = \arccos x$



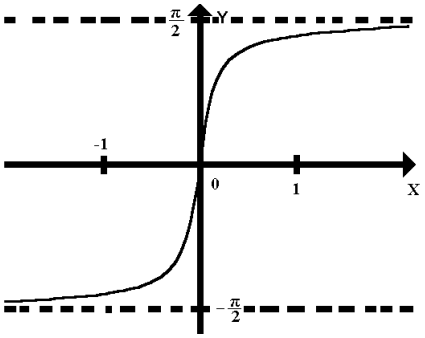

***Определение:*** *Арктангенсом числа* $a$ *называют такой угол* $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, *тангенс которого равен* $a$: $arctg a = \alpha$, так как $tg\alpha = a$

Пример: $arctg1 = \frac{\pi}{4}$, т.к. $tg\frac{\pi}{4} = 1$

Функция $y = arctgx$ является *нечетной* поэтому $\boxed{arctg(-x) = -arctgx}$

Пример: $arctg\left(-\sqrt{3}\right) = -arctg\sqrt{3} = -\frac{\pi}{3}$, т.к. $tg\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$

График функции $y = arctgx$



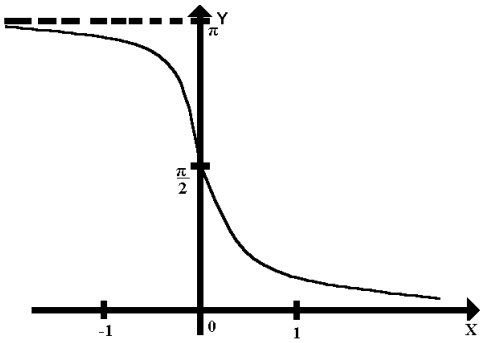

***Определение:*** *Арккотангенсом числа* $a$ *называют такой угол* $\alpha \in (0;\pi)$, *котангенс которого равен* $a$: $arcctga = \alpha$, так как $ctg\alpha = a$

Пример: $arcctg\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{\pi}{3}$, т.к. $ctg\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Функция $y = arcctgx$ является функцией *общего вида* поэтому $\boxed{arcctg(-x) = \pi - arcctgx}$

Пример: $arcctg\left(-\sqrt{3}\right) = \pi - arcctg\sqrt{3} = \pi - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{5\pi}{6}$, т.к. $ctg\dfrac{5\pi}{6} = -\sqrt{3}$

График функции $y = arcctgx$




**Задания для решения:**

1) Заполнить таблицы:

| | -1 | $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| arcsin *x* | | | | | | | | | |
| arccos *x* | | | | | | | | | |

| | $-\sqrt{3}$ | -1 | $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0 | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *arctgx* | | | | | | | |
| *arcctgx* | | | | | | | |

2) Вычислить:

1. $2\arccos 0 + 3\arccos 1$
2. $3\arccos(-1) - 2\arccos 0$
3. $\arcsin 1 - \arcsin(-1)$
4. $12\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{2} - 3\arccos\left(-\dfrac{1}{2}\right)$
5. $4\arccos\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) + 6\arccos\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$
6. $\arcsin\dfrac{1}{2} + \arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
7. $5arctg\left(-\sqrt{3}\right) - 3\arccos\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$
8. $\arcsin\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \arcsin\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$
9. $6arctg1 + 3\arcsin\left(-\dfrac{1}{2}\right)$
10. $3arctg\left(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right) + 2\arccos\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$
11. $\arcsin\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arcsin\left(-\dfrac{1}{2}\right)$
12. $6arctg\sqrt{3} - 4\arcsin\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$