ГБОУ СПО СО
ЕКАТЕРИНБУРГСКИЙ КОЛЛЕДЖ ТРАНСПОРТНОГО СТРОИТЕЛЬСТВА

«Исследование функции с помощью производной и построение ее графика»

Расчетно-графическая работа

Выполнил:
Студент гр. СП - 11 _____/ В.И. Петров
Проверил:
Преподаватель математики _____/ Г.А. Башкирцева

Екатеринбург 2012

Список заданий

1. $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+2x-1$
2. $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+2$
3. $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+4x-3$
4. $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+4$
5. $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+5$
6. $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2-4x+6$
7. $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+2x-7$
8. $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2+3x-8$
9. $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2+4x-9$
10. $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x+1$
11. $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x-2$
12. $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-4x+3$
13. $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x-4$
14. $y=\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x+5$
15. $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-6x-3$
16. $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-8x+2$
17. $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-6x+5$
18. $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-8x+1$
19. $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2+6x-4$
20. $y=\frac{1}{3}x^3+3x^2+8x-3$
21. $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{7}{2}x^2+12x+2$
22. $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-12x-1$
23. $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-12x+4$
24. $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{7}{2}x^2+12x-6$
25. $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2-5x-2$
26. $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2-5x+1$
27. $y=\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-10x+3$
28. $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{7}{2}x^2+6x-1$
29. $y=\frac{1}{3}x^3-3x^2+5x+1$
30. $y=\frac{1}{3}x^3-4x^2+7x-2$

Общая схема исследования

1. Найти область определения функции;
2. найти точку пересечения с осью OY;
3. Найти промежутки монотонности и точки экстремума;
4. Найти промежутки выпуклости графика функции и точку перегиба;
5. Заполнить таблицу дополнительных значений;
6. Построить график функции, используя полученные значения.

Вариант № 0 (образец решения)

Задание: Исследовать функцию $y=\frac{1}{3}x^3-1.5x^2-10x+9$ с помощью производной и построить ее график.

Решение:

1) Область определения функции: $x\in R$;

2) При пересечении с осью OY $x=0$, значит $y=9$. Следовательно, точка (0;9) является точкой пересечения графика функции с осью OY;

3) Для нахождения промежутков монотонности и точек экстремума найдем первую производную функции:

$y'=x^2-3x-10;$

Приравняем ее к нулю:

$x^2-3x-10=0;$

Найдем критические точки, решив квадратное уравнение:

$$\boxed{x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}} \qquad x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{3^2-4\cdot1\cdot(-10)}}{2\cdot1}=\frac{3\pm\sqrt{49}}{2}=\frac{3\pm7}{2};$$

$x_1=\frac{3-7}{2}=\frac{-4}{2}=-2$ и $x_2=\frac{3+7}{2}=\frac{10}{2}=5;$

x	$(-\infty;-2)$	-2	$(-2;5)$	5	$(5;+\infty)$
y’	+	0	-	0	+
y	возрастает	$20\frac{1}{3}$ max	убывает	$-36\frac{5}{6}$ min	возрастает

$$y_{\max}=y(-2)=\frac{1}{3}\cdot(-2)^3-1{,}5\cdot(-2)^2-10\cdot(-2)+9=-\frac{8}{3}-6+20+9=20\frac{1}{3}$$

$$y_{\min}=y(5)=\frac{1}{3}\cdot5^3-1{,}5\cdot5^2-10\cdot5+9=\frac{125}{3}-37{,}5-50+9=-36\frac{5}{6}$$

$\left(-2;20\frac{1}{3}\right)$ - координаты точки максимума;

$\left(5;-36\frac{5}{6}\right)$ - координаты точки минимума;

$(-\infty;-2)\cup(5;+\infty)$ - график функции возрастает;

$(-2;5)$ - график функции убывает.

4) Для нахождения промежутков выпуклости и точки перегиба найдем вторую производную функции:

$y''=2x-3;$

Приравняем ее к нулю:

$2x-3=0;\quad 2x=3;\quad x=1{,}5$

x	$(-\infty;-2)$	1,5	$(5;+\infty)$
y''	-	0	+
y	выпукла вверх	$-8{,}25$ т.перегиба	выпукла вниз

$y(1{,}5)=\frac{1}{3}\cdot 1{,}5^3-1{,}5\cdot 1{,}5^2-10\cdot 1{,}5+9=\frac{3{,}375}{3}-3{,}375-15+9=-8{,}25;$

$(1{,}5;-8{,}25)$– координаты точки перегиба;

$(-\infty;1{,}5)$ - график функции выпуклый вверх;

$(1{,}5;+\infty)$ - график функции выпуклый вниз.

5) Таблица дополнительных значений:

x	-4	-3	-1	1	2	3	4	6	7
y	3,67	16,5	17,17	-2,17	-14,33	-25,5	-33,67	-33	-20,17

$$y(-3)=\frac{1}{3}\cdot(-3)^3-1{,}5\cdot(-3)^2-10\cdot(-3)+9=-\frac{27}{3}-13{,}5+30+9=16{,}5$$

$$y(-1)=\frac{1}{3}\cdot(-1)^3-1{,}5\cdot(-1)^2-10\cdot(-1)+9=-\frac{1}{3}-1{,}5+10+9=17\frac{1}{6}$$

$$y(1)=\frac{1}{3}\cdot 1^3-1{,}5\cdot 1^2-10\cdot 1+9=\frac{1}{3}-1{,}5-10+9=-2\frac{1}{6}$$

$$y(2)=\frac{1}{3}\cdot 2^3-1{,}5\cdot 2^2-10\cdot 2+9=\frac{8}{3}-6-20+9=-14\frac{1}{3}$$

$$y(3)=\frac{1}{3}\cdot 3^3-1{,}5\cdot 3^2-10\cdot 3+9=\frac{27}{3}-13{,}5-30+9=-25{,}5$$

$$y(4)=\frac{1}{3}\cdot 4^3-1{,}5\cdot 4^2-10\cdot 4+9=\frac{64}{3}-24-40+9=-33\frac{2}{3}$$

$$y(6)=\frac{1}{3}\cdot 6^3-1{,}5\cdot 6^2-10\cdot 6+9=\frac{216}{3}-54-60+9=-33$$

$$y(7)=\frac{1}{3}\cdot 7^3-1{,}5\cdot 7^2-10\cdot 7+9=\frac{343}{3}-73{,}5-70+9=-20\frac{1}{6}$$

$$y(-4)=\frac{1}{3}\cdot(-4)^3-1{,}5\cdot(-4)^2-10\cdot(-4)+9=-\frac{64}{3}-24+40+9=3\frac{2}{3}$$

6) Построим график функции, используя найденные значения:

(график строится на миллиметровой бумаге!)